Teória hier (PREDNÁŠKA)

1. **ULTIMÁTOVÁ HRA**

Majme dvoch ľudí, Kristín a Dana, ktorí si medzi sebou majú rozdeliť 100 eur. Kristín navrhuje rozdelenie peňazí. Pokiaľ ho Dano príjme, tak každý dostane dohodnutú sumu peňazí. Pokiaľ sa nedohodnú, všetky peniaze prepadajú. Predpokladajme, že Dano uvažuje dokonale racionálne a jediné, čo ho zaujíma je jeho vlastný zisk. Ako sa má Dano zachovať?

* 1. Navrhnúť nejaké delenia, či by to prijali alebo neprijali, tipy na taktiku
  2. ***Riešenie:*** *Dano by mal prijať každú ponuku, kde dostane aspoň 1 euro. Dokonca aj vtedy, keď dostane 0, mal by sa rozhodnúť náhodne, pretože ho Kristínin zisk nezaujíma.*
  3. Porovnať s reálnou situáciou, dôjsť k tomu, ako sa treba dívať na ďalšie hry a úlohy

1. **VÄZŇOVA DILEMA**

Dvaja muži spáchali zločin, ale polícia proti nim nemá dosť dôkazov. Rozhodnú sa teda zavrieť každého obvineného do samostatnej cely a ponúknuť im možnosť buď mlčať, alebo zradiť toho druhého väzňa a na základe toho dostanú počet rokov, čo si musia odsedieť. Pokiaľ budú obaja mlčať, odsedia si iba minimálny trest, pokiaľ obaja zradia, budú musieť obaja sedieť a ak zradí iba jeden, tak celá vina padne naňho a druhý bude prepustený (viď. tabuľka). Každý väzeň si chce odsedieť čo najmenej rokov.

1. Rozdeliť ich do dvojíc, zahrať sa
2. Nápady na riešenie
3. ***Nashova rovnováha:*** *Ak by prvý väzeň vedel, že druhý väzeň bude mlčať, tak by ho zradil. To isté by spravil aj keby vedel, že druhý väzeň zradí. Teda prvý väzeň určite zradí a druhý preto takisto. Dostávame rovnovážny stav (kedy už nikto nebude chcieť zmeniť svoje rozhodnutie), ale je nevýhodnejší pre nich ako keby obaja mlčali.*
4. Hľadanie Nashovej rovnováhy pomocou krúžkov (pri každej možnosti u súpera nájsť, ktorú možnosť je najlepšie si zvoliť, tam kde budú dva krúžky, tam je Nashova rovnováha)

**!POZOR, v tomto prípade chceme získať čo najmenej!**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Prvý väzeň | Zradiť | Mlčať |
| Druhý väzeň |
| Zradiť | **5, 5** | 0, **10** |
| Mlčať | **10**, 0 | 1, 1 |

**NASHOVA ROVNOVÁHA**

Nashova rovnováha je stav, kedy už nikto nebude chcieť zmeniť svoje rozhodnutie, lebo sa zmenou rozhodnutia neposunie do lepšieho stavu – znížil by sa mu zisk. Je to stav, kam má hra tendenciu sa dostávať a následne sa z neho pravdepodobne nedostane (nikto nechce zmeniť svoje rozhodnutie) – vysvetliť analógiu s guličkou v jamke.

Jej určenie má význam pri mnohých opakovaniach hry – pokiaľ totiž raz hra dospeje k výsledku Nashovej rovnováhy, tak pravdepodobne dopadne rovnako aj pri ďalších opakovaniach.

Nie je to nutne najvýhodnejší stav pre oboch, ale je to rovnovážny stav vzhľadom k ich vzájomným rozhodnutiam.

* vysvetliť krúžkovací systém, prečo je to rozumné
* prejsť na príklade z Väzňovej dilemy

1. **HRA MIER-VOJNA (PEACE WAR GAME)**

Majme dva štáty, ktoré môžu tomu druhému buď vyhlásiť vojnu a ísť s ním bojovať alebo byť s ním v mieri. Ich cieľom je maximalizovať štátny zisk a rozhodujú sa úplne racionálne.

1. Samoriešenie, nechať ich to riešiť úvahou aj krúžkovaním
2. ***Nashova rovnováha:*** *Ak by bolo pre prvý štát najvýhodnejšie zachovať mier, druhý štát by mu určite vyhlásil vojnu. Takisto ak by bolo pre prvý štát výhodnejšie vyhlásiť vojnu, tak mu aj druhý štát určite vyhlási vojnu. Preto druhý štát určite vyhlási vojnu a prvý teda takisto. Tým teda dostávame rovnovážny stav (kedy už žiadny z hráčov nebude chcieť zmeniť stratégiu), ale je nevýhodnejší pre oboch ako stav mier-mier.*
3. Krúžkovací systém

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Prvý štát | Vojna | Mier |
| Druhý štát |
| Vojna | **1, 1** | **3**, 0 |
| Mier | 0, **3** | 2, 2 |

1. **BOJ POHLAVÍ**

Muž a žena chcú ísť spolu na rande, ale nemôžu sa medzi sebou kontaktovať. Môžu ísť buď na operu alebo na futbal, pričom žena chce ísť radšej na operu a muž na futbal. Ak sa nestretnú, nebude spokojný ani jeden z nich, ale pokiaľ sa na mieste zhodnú, z opery bude mať väčšiu radosť žena a z futbalu muž. Obidvaja pritom chcú mať čo najlepšie rande.

1. Samoriešenie – funguje nám úvaha?, čo nám vyjde pri krúžkovaní?
2. ***Nashova rovnováha:*** *Hra má 2 Nashove rovnováhy, lebo v prípade, že sa obaja zhodnú, nikto nebude chcieť svoje rozhodnutie zmeniť. Nevieme však jednoznačne dospieť k najrozumnejšiemu rozhodnutiu pre nich oboch, vidíme len, že ak sa hra dostane do takéhoto stavu, tak v ňom pravdepodobne ostane.*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Muž | Opera | Futbal |
| Žena |
| Opera | **3, 2** | 0, 0 |
| Futbal | 0, 0 | **2, 3** |

1. **UHÁDNITE 2/3 PRIEMERU**

Každý hráč si tipne celé číslo od 0 do 100 (vrátane). Vyhráva hráč, ktorého tip je najbližšie k 2/3 aritmetického priemeru tipnutých čísel. Všetci hráči sa správajú dokonale racionálne.

* 1. Zahráme si hru
  2. Rozbor tipovaných čísel, nápady na taktiku
  3. ***Riešenie:*** *Racionálny hráč si zváži, že žiadny z hráčov nedá číslo vyššie ako 100, takže priemer bude najviac 100. 2/3 priemeru budú teda najviac 66,666…, čiže nemá zmysel tipnúť vyššie číslo než je toto. Z toho vyplýva, že každý hráč dá najviac číslo 66,666…, takže 2/3 priemeru budú najviac 44,444…, takže žiadny hráč nedá vyššie číslo. Pokračujeme v takejto analyze a dôjdeme k tomu, že žiadny hráč nedá vyššie číslo ako 0.*

1. **PIRÁTSKA HRA**

Majme 5 racionálnych pirátov A, B, C, D, E. A je nadradené B, B je nadradené C atď. Piráti našli 100 dukátov a musia si ich rozdeliť. Pri delení dukátov platia pre všetkých pirátov platia tieto pravidlá:

* Pirát, ktorý je v hierarchii najvyššie delí mince.
* Piráti, vrátane toho, kto dukáty delil, hlasujú o tom, či súhlasia s rozdelením dukátov.
* Vyhráva nadpolovičná väčšina, pri remíze má rozhodujúci hlas pirát, ktorý dukáty delil.
* Ak je rozdelenie odsúhlasené, dukáty sa rozdelia a hra končí. Pokiaľ nie je, pirát, ktorý dukáty delil je hodený cez palubu a dukáty sa delia znova.

Piráti sa rozhodujú na základe týchto pravidiel (s prioritou v takom poradí, ako sú napísané):

* Každý pirát chce prežiť.
* Každý pirát chce maximalizovať svoj zisk.
* Každý pirát chce hodiť iného piráta cez palubu.

Piráti si navzájom neveria a teda medzi sebou nerobia žiadne dohody.

1. Navrhneme nejaké rozdelenia, tipneme či sa nám zdajú dobré, či prejdú
2. Vidíme, že už A určite navrhne také rozdelenie, ktoré mu odsúhlasia (ak to bude možné)
3. ***Riešenie:*** *Pozrime sa na celú situáciu odzadu.*

* *Ak sú nažive len D a E, potom D, keďže má rozhodujúci hlas môže sebe dať 100 dukátov a E 0 a toto rozdelenie prejde. Taktiež vidíme, že nikdy nenastane, aby E mohol deliť peniaze.*
* *Ak sú nažive C, D, E, tak C potrebuje ešte 1 hlas okrem svojho na to, aby prežilo (D zaňho určite nezahlasuje, pretože ak C zomrie, dostane 100 dukátov). Na to, aby zaňho E zahlasovalo mu stačí dať E 1 dukát, pretože E vie, že ak C zomrie tak dostane 0. Zároveň však musí dať E aspoň 1, inak E radšej dostane rovnako po tom, čo C hodia cez palubu. Preto C dá sebe 99, D dá 0 a E dá 1.*
* *Ak sú nažive B, C, D, E tak B takisto stačí jeden hlas, lebo jeho je rozhodujúci. C mu neodsúhlasí rozdelenie, ak mu nedá 100, lebo v ďalšom si sám vie dať 99. Zároveň D vie, že ak hodia B cez palubu, tak od C získa 0, takže akceptuje čokoľvek vyššie, čiže ak dostane 1 dukát, tak bude súhlasiť. Navyše tento dukát nepomôže ak pôjde E, lebo takisto dostane E aj od C, takže radšej hodí B cez palubu. Takže na to, aby B prežilo navrhne rozdelenie sebe 99, C 0, D 1 a E 0 dukátov.*
* *Vráťme sa teraz k pôvodnému problému. A potrebuje ešte 2 hlasy okrem svojho. Vie, že B mu to akceptuje len, ak dostane 100 dukátov, takže mu nedá nič. E vie, že ak A zomrie, od B nedostane nič, takže akceptuje ak dostane viac ako 0. Takže A dá E 1. To isté vie C, preto aj jemu stačí ak mu A dá 1 (D mu ponuku s 1 neakceptuje, lebo toľko dostane aj od B). Preto A prejde rozdelenie A-98, B-0, C-1, D-0, E-1, takže také aj navrhne.*

1. **VOJNOVÉ FRONTY (BLOTTO GAME) – BONUS (LEN AK JE ČAS)**

Každý generál (hráč) má 6 vojakov a bojujú na 3 bojových poliach (oba počty sú pozmeniteľné). Hráč chce rozdeliť svojich vojakov na bojové polia tak, aby to bolo preňho čo najvýhodnejšie. V hre platia tieto pravidlá:

* Hráči postavia postupne vojakov tak, aby počty vojakov postupne na poliach neklesali
* Strana, ktorá na danom bojovom poli postavila viac vojakov vyhráva toto pole (ak rovnako, je remíza)
* Generáli o počtoch postavených vojakov navzájom nevedia
* Cieľom oboch strán je vyhrať čo najviac bojových polí

1. Skúsiť zahrať pár hier, ich nápady
2. ***Riešenie:*** *Vieme vytvoriť 3 rôzne rozdelenia: 1, 1, 4; 1, 2, 3; 2, 2, 2. Vrámci vojny sa môžu stretnúť buď dve rovnaké – dôjde k remíze alebo tieto dvojice: 1, 1, 4 vs. 1, 2, 3 – remíza; 1, 1, 4 vs. 2, 2, 2 – druhý vyhráva; 1, 2, 3 vs. 2, 2, 2 – remíza;  
   Vidíme, že s možnosťou 1, 1, 4 môžeme aj prehrať zatiaľ čo zvyšné 2 sú neprehrávajúce. Navyše strategicky výhodnejšie je rozdelenie 2, 2, 2 s ktorým existuje aj možnosť výhry.*
3. Ak ostáva čas, rozobrať aj ďalšie variácie hry